خاص بالمجموعات المدرسية

مذكرات

التفوق

التفوق في الرياضيات

للصف الثاني الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

خاص بالمجموعات المدرسية

إعداد
Mr.MORAD
01221353139
moraddorgham@yahoo.com
http://moraddogham.yoo7.com

أبنائي الطلبة والطالبات

سلسلة التفوق في الرياضيات تقودك الى النجاح والتفوق بأبسط الطرق واسرعها والتي لا غنى عنها لأى طالب او طالبة مهما كان مستواه العلمي .

تشتمل سلسلة التفوق على اسئلة في جميع اجزاء المنهج بطريقة سهلة ومتدرجة ومتنوعة وخالية من التعقيدات .. تقيس مستوى التحصيل والذكاء الفطري .وتحصل منها على المعلومات التراكمية التى تقتنيها من بعض التمارين في نماذج الوزارة وكراسة التدريبات .

حاول

الحصول على نسخة من مذكرة التفوق التى تبهج روحك ونفسك وتسعدك .لأنها تقودك الى كليات القمة متمنيا لكم النجاح والتفوق .

مراجعة على ماسبق

مجموعات الاعداد درسنا فيما سبق مجموعات الاعداد الاتية

ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ....}

ع (مجموعة أعداد العد) = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ....}

ص = { .... ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ....}

ص = ص_{+} ∪ { ٠ } ∪ ص_{-}

ص_{-} = { -١ ، -٢ ، -٣ ، ....}

ص_{+} = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ....}

ن = { $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر }

وضع العدد النسبي في ابسط صورة

ان يكون مقامه عدد صحيح ونقسم كل من حدية على العامل المشترك الاعلى بينهما إن وجد

فمثلا $\frac{٢٤}{-٣٦} = \frac{-٢٤}{٣٦} = \frac{-٢٤ \div ١٢}{٣٦ \div ١٢} = \frac{-٢}{٣}$

ملحوظة يوجد للعدد النسبي اشكال مختلفة مثل الكسر العشري والنسبة المئوية

فمثلا ٠,٢٥ = $\frac{٢٥}{١٠٠} = \frac{١}{٤}$ ، ٤٠٪ = $\frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٢}{٥}$

القيمة المطلقة للعدد النسبي

يرمز للقيمة المطلقة للعدد أ بالرمز

فمثلا |٧| = ٧ ، |-٧| = ٧

إذا كان |س| = أ فإن س = ± أ

|س| = ٥ فإن س = ± ٥

|س| = ٣ فإن س = ± ٣

قوانين الاسس

(١) $\text{أ}^{-\text{ن}} = (\frac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}})$ فمثلا $٢^{-٣} = (\frac{١}{٢^{٣}}) = \frac{١}{٨}$

(٢) $\text{أ}^{\text{م}} \times \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}+\text{ن}}$ فمثلا $٢^{٣} \times ٢^{٥} = ٢^{٣+٥} = ٢^{٨}$

(٣) $\text{أ}^{\text{م}} \div \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}-\text{ن}}$ فمثلا $٢^{٩} \div ٢^{٥} = ٢^{٩-٥} = ٢^{٤}$

(٤) $(\text{أ ب})^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{م}} \text{ب}^{\text{م}}$ فمثلا $(٢ \times ٣)^{٤} = ٢^{٤} \times ٣^{٤} = ١٦ \times ٨١$

(٥) $(\frac{\text{أ}}{\text{ب}})^{\text{م}} = \frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{ب}^{\text{م}}}$ فمثلا $(\frac{٢}{٣})^{٤} = \frac{٢^{٤}}{٣^{٤}} = \frac{١٦}{٨١}$

(٦) $(\text{أ}^{\text{م}})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م ن}}$ فمثلا $(٢^{٢})^{٣} = ٢^{٦} = ٦٤$

الصورة القياسية للعدد النسبي

يمكن كتابة العدد النسبي على الصورة القياسية

$\text{أ} \times ١٠^{\text{ن}}$ حيث $١ \leq |\text{أ}| < ١٠$

فمثلا $٢٤٨٠٦ = ٢,٤٨٠٦ \times ١٠^{٤}$

$٠,٠٠٠٧٤ = ٧,٤ \times ١٠^{-٤}$

الجذر التربيعي للعدد النسبي

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب أ هو العدد الذى مربعه يساوي أ

الرمز $\sqrt{\text{أ}}$ يعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد النسبى الموجب أ

الرمز $-\sqrt{\text{أ}}$ يعنى الجذر التربيعي السالب للعدد النسبي الموجب أ

$\sqrt{\text{صفر}}$ = صفر

الجذر التربيعي للعدد النسبي السالب (ليس له معنى)

$\sqrt{-٤}$ (ليس له معنى)

الجذر التربيعي للعدد النسبى ٢٥ = ± ٥

$\sqrt{\text{أ}^{٢}} = \text{أ}$ ، $\sqrt{\text{أ}^{٤}} = \text{أ}^{٢}$ ، $\sqrt{\text{أ}^{٦}} = \text{أ}^{٣}$

$\sqrt{(-٣)^{٢}} = ٣$ ، $\sqrt{(٣)^{٢}} = ٣$

$\sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ ولا يساوى ٣ + ٤ = ٧

$\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢}$

حل المعادلات التربيعية في ن

مثال (١) اوجد م. ح للمعادلة $\frac{٣}{٢}\text{س}^{٢} = ٦$ في ن ، س > صفر

الحل ∵ $\frac{٣}{٢}\text{س}^{٢} = ٦$ بضرب طرفي المعادلة × $\frac{٢}{٣}$

$\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢}\text{س}^{٢} = ٦ \times \frac{٢}{٣}$ ∴ $\text{س}^{٢} = ٤$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ∴ س = ± ٢

∴ م. ح = {±٢}

مثال (٢) اوجد م. ح للمعادلة $\frac{٥}{٦}\text{س}^{٢} - ٣ = ٢٧$ في ن

الحل ∵ $\frac{٥}{٦}\text{س}^{٢} - ٣ + ٣ = ٢٧ + ٣$

$\frac{٥}{٦}\text{س}^{٢} = ٣٠$ بضرب طرفي المعادلة × $\frac{٦}{٥}$

$\frac{٦}{٥} \times \frac{٥}{٦}\text{س}^{٢} = ٣٠ \times \frac{٦}{٥}$

∴ $\text{س}^{٢} = ٣٦$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

∴ س = ±٦ ∵ س > صفر ∴ م. ح = {٦}

① اوجدم.ح للمعادلة $\frac{1}{٢}$ س^٢ = $\frac{٢}{٩}$ في ح، س < صفر

الحــل ∵ $\frac{1}{٢}$ س^٢ = $\frac{٢}{٩}$ بضرب طرفي المعادلة × ٢

٢ × $\frac{1}{٢}$ س^٢ = $\frac{٢}{٩}$ × ٢ ∴ س^٢ = $\frac{٤}{٩}$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ∴ س = ± $\frac{٢}{٣}$

حيث ان س < صفر ∴ س = − $\frac{٢}{٣}$ ∴ م.ح = {− $\frac{٢}{٣}$}

② اوجد م.ح للمعادلة (٣ س − ٥)^٢ = ٤ في ح

الحــل بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

∴ ٣ س − ٥ = ± ٢

٣ س − ٥ = ٢	٣ س − ٥ = −٢
٣ س = ٢ +٥	٣ س = −٢ +٥
٣ س = ٧	٣ س = ٣
∴ س = $\frac{٧}{٣}$	∴ س = ١

∴ م.ح = {$\frac{٧}{٣}$، ١}

الواجــب

[١] اكمل ما يأتي :

(١) $\sqrt{(-٥)^٢}$ = ... ، $\sqrt{٣^٤}$ = ...

(٢) $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = ... ، $\sqrt{١٠٠ - ٣٦}$ = ...

(٣) $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ... ، $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ...

(٤) − $\sqrt{٦٤}$ = ... ، − $\sqrt{١٦٩}$ = ...

(٥) $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}}$ + $\sqrt{٢\frac{١}{٤}}$ = ... ، $\sqrt{\frac{٩}{٢٥}}$ + $\sqrt{١\frac{١١}{٢٥}}$ = ...

(٦) $\sqrt{٠,٢٥}$ = ... ، $\sqrt{ص^٦}$ = ...

(٧) الصورة القياسية للعدد ٠,٠٠٠٠٢٤ هي ....

(٨) الصورة القياسية للعدد ٢٨٤ × ١٠^٣ هي ....

(٩) $\sqrt{٠,١٦}$ + |−٠,٦| = ...

(١٠) المعكوس الضربي للعدد ٢$^{-٣}$ = ...

(١١) مجموعة حل المعادلة س + ٥ = |−٥| في ط هي ......

(١٢) ٣^{١٠} + ٣^{١٠} + ٣^{١٠} = ...

[٢] اوجد م.ح للمعادلات الاتية في ح :

(١) $\frac{٥}{٧}$ س^٢ = ٣٥ (٢) $\frac{٣}{٤}$ س^٢ = $\frac{١}{٣}$ (٣) ٨س^٢−٢ = ٤٨

(٤) (٣س − ١)^٢ = |−٩| (٥) (٣ س + ٤)^٢ = |٢٥|

الجذر التكعيبي لعدد نسبى

الجذر التكعيبى لعدد نسبى ا هو العدد الذى مكعبه يساوى ا

$\sqrt[٣]{٨}$ = ٢ لان (٢)^٣ = ٨ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣ لان (٣)^٣ = ٢٧

$\sqrt[٣]{-٨}$ = −٢ لان (−٢)^٣ = −٨ ،

$\sqrt[٣]{-٢٧}$ = −٣ لان (−٣)^٣ = −٢٧

$\sqrt[٣]{س^٦}$ = س^٢ ، $\sqrt[٣]{س^٩}$ = س^٣ ، $\sqrt[٣]{م^{١٢}}$ = م^٤

لاحظ أن − $\sqrt[٣]{٦٤}$ = $\sqrt[٣]{-٦٤}$ = −٨

اكمل ما يأتي :

(١) $\sqrt[٣]{٢١٦}$ = ... (٢) $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ... (٣) $\sqrt[٣]{-\frac{٨}{٢٧}}$ = ...

(٤) $\sqrt[٣]{-٨س^٦}$ = ... (٥) $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ = ... (٦) $\sqrt[٣]{\frac{٦٤}{١٢٥}}$ = ...

(٧) $\sqrt[٣]{.....}$ = ٤ (٨) $\sqrt{١٦}$ = $\sqrt[٣]{.....}$ (٩) $\sqrt[٣]{٨}$ + $\sqrt[٣]{-٨}$ = ...

(١٠) $\sqrt[٣]{٦٤ + ...}$ = ٥ (١١) $\sqrt{٦٤}$ − $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ...

(١٢) $\sqrt[٣]{صفر}$ = ...

(١٣) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ...

(١٤) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt[٣]{٨}$ هو ....

حل المعادلات التكعيبية في ن

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الاتية حيث س ∈ ن :

(١) س^٣ = ١٢٥

الحــل

س^٣ = ١٢٥ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$\sqrt[٣]{س^٣}$ = $\sqrt[٣]{١٢٥}$ ∴ س = ٥ ∴ م.ح = {٥}

(٢) س^٣ + ٨ = ٠

الحــل

س^٣ + ٨ = ٠ ∴ س^٣ = −٨ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$\sqrt[٣]{س^٣}$ = $\sqrt[٣]{-٨}$ ∴ س = −٢ ∴ م.ح = {−٢}

(٣) ٥ س^٣ + ١ = ٤١

الحــل

٥س^٣ + ١ = ٤١ ∴ ٥ س^٣ = ٤١ − ١ = ٤٠ ∴ س^٣ = $\frac{٤٠}{٥}$

∴ س^٣ = ٨ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$\sqrt[٣]{س^٣}$ = $\sqrt[٣]{٨}$ ∴ س = ٢

∴ م.ح = {٢}

(٤) $٢س^٣ - ٣ = ٢٤٧$

الحل

$٢س^٣ = ٢٤٧ + ٣$ ∴ $٢س^٣ = ٢٥٠$ ∴ $س^٣ = ١٢٥$

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{س^٣} = \sqrt[٣]{١٢٥}$ ∴ س = ٥ ∴ م٠ح = {٥}

(٥) $\frac{١}{٢} س^٣ = ٣٢$

الحل

$\frac{١}{٢} س^٣ = ٣٢$ بضرب الطرفين × ٢

$٢ \times \frac{١}{٢} س^٣ = ٣٢ \times ٢$ ∴ $س^٣ = ٦٤$

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{س^٣} = \sqrt[٣]{٦٤}$ ∴ س = ٤ ∴ م٠ح = {٤}

(٦) $(٢س + ٧)^٣ = ٨$

الحل

$(٢س + ٧)^٣ = ٨$ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{(٢س+٧)^٣} = \sqrt[٣]{٨}$

∴ ٢س + ٧ = ٢ − ٧ = −٥ ∴ $س = -\frac{٥}{٢}$

∴ م٠ح = $\{-\frac{٥}{٢}\}$

تمارين على الجذر التكعيبي

[١] اكمل ما يأتي :

(١) $-\sqrt[٣]{-٢٧} = ...$ (٢) $\sqrt{.....} = \sqrt[٣]{٨}$

(٣) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = ...$ (٤) $\sqrt[٣]{س^٣ ص^{١٢}} = ...$

(٥) $\sqrt[٣]{(-٣)^٣} = ...$ (٦) $\sqrt[٣]{٢^٨ + ٢^٨} = ...$

(٧) $(-\sqrt[٣]{٣})^٣ = ...$ (٨) $\sqrt[٣]{٣^{١١}+٣^{١١}+٣^{١١}} = ...$

(٩) $\sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt{.......}$ (١٠) $\sqrt{٩} + \sqrt[٣]{-٨} = ...$

[٢] أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الاتية حيث س ∈ ح

(١) $١٦س^٣ - ١١ = ٤٣$ (٢) $٢٧ س^٣ + ٧ = -١$

(٣) $(٢ س - ١)^٣ = ٢٧$ (٤) $(٣ س + ٢)^٣ + ١ = -٧$

(٥) $\frac{١}{٢} س^٣ + ٣ = -١$ (٦) $\frac{١}{٣} س^٣ - ٣ = ٦$

(٧) $\frac{٢}{٣} س^٣ = \frac{٩}{٤}$ (٨) $\frac{٤}{٥} س^٣ = -\frac{٢٥}{٢}$

[٣] أوجد كلا من الآتي :

(١) $\sqrt[٣]{\sqrt[٣]{٥١٢}}$ (٢) $\sqrt{\sqrt[٣]{٧٢٩}}$

(٣) $\sqrt{٢٧ \sqrt[٣]{٢٧}}$ (٤) $-\sqrt{٢^٩ \times ٣^٦}$

[٤] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[٣]{-٨} = ...$ [٢ ، −٢ ، ٤ ، −٤]

(٢) $\sqrt[٣]{-٦٤} + \sqrt{١٦} = ...$ [صفر ، ٨ ، −٨ ، ±٨]

(٣) $\sqrt{٢٥} - \sqrt[٣]{-١٢٥} = ...$ [صفر ، ١٠ ، ٥ ، ±٥]

(٤) $\sqrt{(-٢)^٢} + \sqrt[٣]{(-٢)^٣} = ...$ [صفر ، ٨ ، ٤ ، −٤]

(٥) $\sqrt[٣]{١٠٠٠} \times \sqrt[٣]{-٠,٠٠٨} = ...$ [$\frac{١}{٢}$ ، ١٠ ، ٢ ، −٢]

(٦) اذا كان $-\sqrt{٢٥} = \sqrt[٣]{ص}$ فان ص = .. [٥ ، −٥ ، ١٢٥ ، −١٢٥]

(٧) اذا كان $س^٣ = ٦٤$ فان $\sqrt{س} = ...$ [٤ ، −٤ ، ٢ ، −٢]

(٨) $\sqrt[٣]{س^٦} = \sqrt{....}$ [$س^٣$ ، $س^٢$ ، $س^٤$ ، س]

(٩) اذا كان $\sqrt[٣]{س} = \frac{١}{٤}$ فان س = ... [$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، $\frac{١}{١٢}$ ، $\frac{١}{٦٤}$]

(١٠) المكعب الذى حجمه ٦٤ سم³ يكون طول حرفه = ...

[٤ ، ٨ ، ٣٢ ، ١٦]

(١١) $\sqrt{٤} - \sqrt[٣]{-٨} = ...$ [صفر ، ٤ ، ٢ ، ±٢]

مجموعة الاعداد الغير نسبية

يوجد كثير من الاعداد التى لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{أ}{ب}$ مثل

(١) الجذور التربيعية للأعداد التى ليست مربع كامل

$\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٦}$ ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{١٠}$ .... وهكذا

(٢) الجذور التكعيبية للأعداد التى ليست مكعب كامل

$\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٦}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، $\sqrt[٣]{٩}$ ، $\sqrt[٣]{١٠}$ .... وهكذا

(٣) النسبة التقريبية ط

هذه الاعداد كلها تسمى مجموعة الاعداد الغير نسبية والتي يرمز لها بالرمز ن'

لاحظ أن

(١) ن ∩ ن' = ∅

(٢) كل عدد غير نسبي ينحصر بين عددين نسبيين

فمثلا ٤ < ٥ < ٩ وهذا فإن $٢ < \sqrt{٥} < ٣$

حاول بنفسك

بين أي الاعداد الاتية ∈ ن وايها ∈ ن'

(١) $\sqrt{٠,٨١}$ (٢) $\sqrt[٣]{-٠,٦٤}$ (٣) $\sqrt[٣]{٢٥} + \sqrt{١٦}$

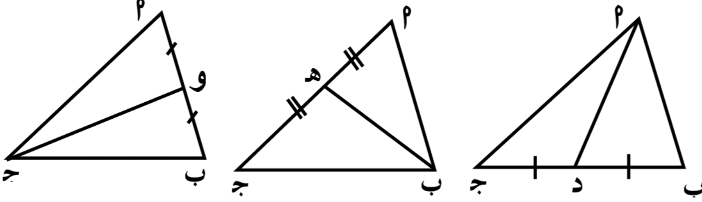
(١) $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ (٢) $\sqrt[٣]{\frac{٢٤}{٨١}}$ (٣) $-\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$

الهندسة للصف الثانى الاعدادى الفصل الدراسى الأول

متوســطات المثلث

تعــريف

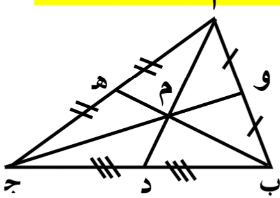
متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي رأس من رؤوس المثلث الى منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس



إذا كان د منتصف $\overline{ب ج}$ فان $\overline{أ د}$ يسمى متوسط	إذا كان هـ منتصف $\overline{أ ج}$ فان $\overline{ب هـ}$ يسمى متوسط	إذا كان و منتصف $\overline{أ ب}$ فان $\overline{ج و}$ يسمى متوسط

نظرية (١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا فى نقطة واحدة

$\overline{أ د} \cap \overline{ب هـ} \cap \overline{ج و} = \{م\}$



التعبير الرمزي

∵ $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{ج و}$ متوسطان

فى △ أ ب ج ،

$\overline{ب هـ} \cap \overline{ج و} = \{م\}$ ∴ م هى نقطة تلاقى المتوسطات

∴ $\overline{أ د}$ متوسط فى △ أ ب ج

نظرية (٢)

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة

أي أن

أ م : م د = ٢ : ١

أ م = ٢ م د = $\frac{٢}{٣}$ أ د

م د = $\frac{١}{٢}$ أ م = $\frac{١}{٣}$ أ د

لاحظ إذا كان $\overline{أ د}$ متوسط طوله ٦سم ، م نقطة تلاقى متوسطات المثلث فإن أ م = ٤ سم ، م د = ٢سم

لاحظ أن: نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس

حقيقة :

النقطة التى تقسم متوسط المثلث بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة هى نقطة تقاطع متوسطات المثلث

مثال ١ في الشكل المقابل

د، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أج}$

ب م = ٦ سم، ب ج = ١٠ سم

د ج = ١٢ سم أوجد محيط △ د م هـ

البرهان

∵ د منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{جد}$ متوسط

∴ م د = $\frac{1}{3}$ د ج = $\frac{1}{3}$ × ١٢ = ٤ سم

∵ هـ منتصف $\overline{أج}$ ∴ $\overline{بهـ}$ متوسط

∴ م هـ = $\frac{1}{2}$ ب م = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم

∵ د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أج}$

∴ د هـ = $\frac{1}{2}$ ب ج = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

∴ محيط △ د م هـ = م د + م هـ + د هـ = ٤ + ٣ + ٥ = ١٢ سم

مثال ٢ من الشكل المقابل إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث فأكمل

(١) $\frac{أم}{م د}$ = ... (٢) $\frac{أم}{أد}$ = ...

(٣) $\frac{م د}{أد}$ = ...

(٤) إذا كان أ د = ٩ سم فإن أ م = ... ، م د = ...

مثال ٣ في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث فيه س منتصف $\overline{أب}$

ص ∈ $\overline{أج}$ ، $\overline{سص}$ // $\overline{بج}$

$\overline{جس}$ ∩ $\overline{بص}$ = {م} فإذا كان

$\overline{أم}$ ∩ $\overline{بج}$ = {ع} أثبت أن

ب ع = $\frac{1}{2}$ ب ج

البرهان

∵ س منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{سص}$ // $\overline{بج}$ ∴ ص منتصف $\overline{أج}$

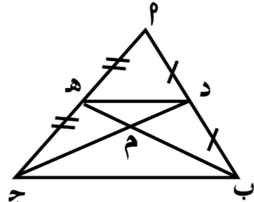
س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{جس}$ متوسط ،

ص منتصف $\overline{أج}$ ∴ $\overline{بص}$ متوسط

∵ $\overline{أع}$ ∩ $\overline{بص}$ ∩ $\overline{جس}$ = {م}

∴ $\overline{أع}$ متوسط ∴ ب ع = $\frac{1}{2}$ ب ج

مثال ٤ في الشكل المقابل إذا كان



د ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أج}$ ،

$\overline{أب}$ ∩ $\overline{أج}$ = {م} فأكمل

(١) إذا كان دج = ١٢ سم فإن دم = ... سم ، م ج = ... سم

(٢) إذا كان دم = ٥ سم فإن م ج = ... سم ، د ج = ... سم

(٣) إذا كان م ج = ١٢ سم فإن د م = ... سم ، دج = ... سم

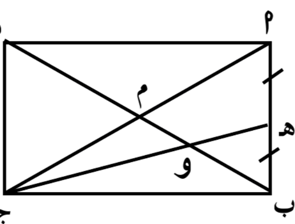
(٤) إذا كان ب م = ٤ سم فإن م هـ = ... سم ، ب هـ = ... سم

(٥) إذا كان د هـ = ١٠ سم فإن ب ج = ... سم

(٦) إذا كان ب ج = ٨ سم فإن د هـ = ... سم

(٧) د هـ : ب ج = ... : ......

مثال ٥ في الشكل المقابل



أ ب ج د مستطيل تقاطع قطراه

في م ، هـ منتصف $\overline{أب}$

$\overline{جهـ}$ ∩ $\overline{بد}$ = {و}

(١) اثبت أن و هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب ج

(٢) إذا ب و = ٤ سم أوجد طول $\overline{أم}$

البرهان

∵ هـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{جهـ}$ متوسط في △ أ ب ج

∵ م منتصف $\overline{أج}$ (القطران ينصف كلا منهما الاخر)

∴ $\overline{بم}$ متوسط

∵ $\overline{جهـ}$ ∩ $\overline{بد}$ = {و} ∴ و نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب ج

∵ $\overline{بو}$ = ٤ سم ∴ و م = ٢ سم ∴ ب م = ٦ سم

في المستطيل القطران متساويان وينصف كلا منهما الاخر

∴ أ م = ب م = ٦ سم

حاول بنفسك

اكمل ما يأتي :

(١) في △ أ ب ج اذا كان د منتصف $\overline{بج}$ فإن $\overline{أد}$ يسمى..........

(٢) عدد متوسطات المثلث هو ....

(٣) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في..............

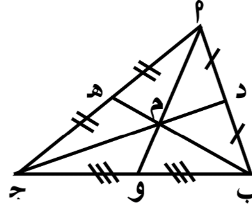
(٤) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ...... : ...... من جهة القاعدة .

(٥) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ...... : ...... من جهة الرأس .

(٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ...... من جهة القاعدة .

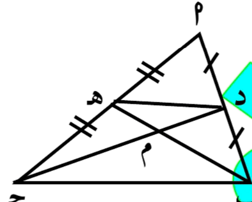
تمارين على متوسطات المثلث

[١] في الشكل المقابل △ ٩ ب جـ
م نقطة تقاطع متوسطاته
فاذا كان م د = ٣ سم ، ب م = ٤ سم
، ب جـ = ٩ سم فإن:



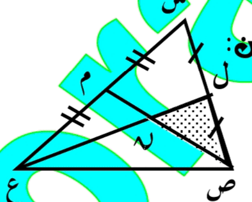
(١) ب و = ... سم
(٢) م جـ = ... سم (٣) م هـ = ... سم

[٢] اذا كان ب جـ = ١٢ سم ،
ب هـ = ٩ سم ، م جـ = ٨ سم ، فإن:



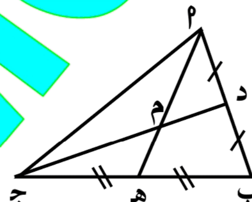
(١) د هـ = ... سم
(٢) م هـ = ... سم
(٣) م د = ... سم

[٣] اذا كان ل ع = ١٥ سم ،
ص م = ١٨ سم ، س ص = ٢٠ سم ، فإن:



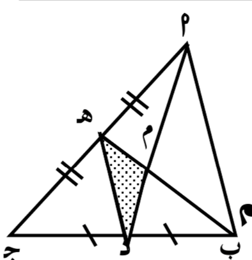
(١) ن ل = ... سم
(٢) ن ص = ... سم
(٣) محيط △ ن ل ص = ... سم

[٤] اذا كان جـ م = ٨ سم
، م هـ = ٣ سم فإن:

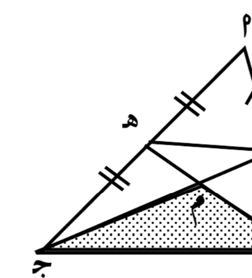


(١) ٩ م = ... سم
(٢) م د = ... سم
(٣) م هـ = ... ٩ هـ (٤) م جـ = ... جـ د

[٥] في الشكل المقابل
△ ٩ ب جـ فيه د منتصف $\overline{ب جـ}$ ،
هـ منتصف $\overline{٩ جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ س} \cap \overrightarrow{ب ص} = \{م\}$
فاذا كان ٩ د = ٦ سم ، ٩ ب = ب هـ = ٩ سم
فاحسب محيط △ م د هـ



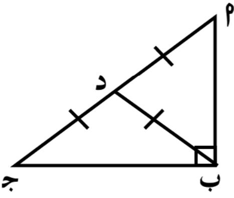
[٦] في الشكل المقابل
د ، هـ منتصفا $\overline{٩ ب}$ ، $\overline{٩ جـ}$ ،
$\overline{ب هـ} \cap \overline{جـ د} = \{م\}$
فاذا كان د هـ = ٤ سم ،
د م = ٣ سم ، ب هـ = ٦ سم
فاحسب محيط △ م ب جـ



نظرية (٣)

طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوي نصف طول وتر هذا المثلث .

فمثلا في الشكل المقابل



إذا كان د منتصف $\overline{٩ جـ}$
، ب جـ = ١٠ سم فإن ب د = ٥ سم

و العكس صحيح

إذا كان د منتصف $\overline{٩ جـ}$ وكان ب د = ٣ سم فإن ٩ جـ = ٦ سم

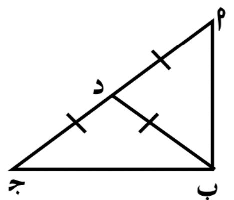
لاحظ أن ب د = ٩ د = د جـ وبالتالي فإن

- المثلث ٩ ب د يكون مثلث متساوي الساقين
- المثلث ب د جـ يكون مثلث متساوي الساقين

عكس نظرية (٣)

إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة

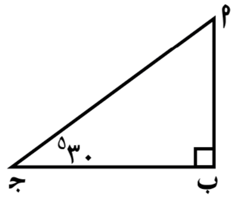
فمثلا في الشكل المقابل



∵ ب د متوسط في △ ٩ ب جـ
، ب د = $\frac{١}{٢}$ ٩ جـ ∴ ق∠(ب) = ٩٠°

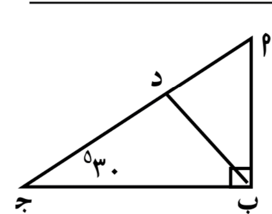
نتيجة

في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوي نصف طول الوتر



∵ ق∠(ب) = ٩٠° ، ق∠(جـ) = ٣٠°
∴ ٩ ب = $\frac{١}{٢}$ ٩ جـ
إذا كان ٩ جـ = ١٠ سم فإن ٩ ب = ٥ سم
إذا كان ٩ ب = ٦ سم ، فإن ٩ جـ = ١٢ سم

(١) في الشكل المقابل
٩ جـ = ١٠ سم ، ق∠(جـ) = ٣٠°
ق∠(ب) = ٩٠° ، د منتصف $\overline{٩ جـ}$
أوجد محيط △ ٩ ب د



البرهـــان

∵ د منتصف $\overline{٩ جـ}$ ، ق∠(ب) = ٩٠° ∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ ٩ جـ = ٥ سم
∵ ق∠(جـ) = ٣٠° ، ق∠(ب) = ٩٠° ∴ ٩ ب = $\frac{١}{٢}$ ٩ جـ = ٥ سم
∴ محيط △ ٩ ب د = ٩ ب + ب د + ٩ د
= ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ سم

٢ في الشكل المقابل

س ، ص منتصفا أد ، جـ د ،

س ص = ٦ سم ، ق(∠ب) = ٩٠° ،

ق(∠أ جـ ب) = ٣٠° ،

أوجد طول أب

البرهان

∵ س منتصف أ د ، ص منتصف جـ د

∴ س ص = ½ أ جـ   ∴ أ جـ = ١٢ سم

في Δ أ ب جـ ق(∠ب) = ٩٠° ، ق(∠أ جـ ب) = ٣٠°

∴ أب = ½ أ جـ = ٦ سم

٣ في الشكل المقابل

د منتصف أب ، و منتصف أ جـ ،

أ هـ ⊥ ب جـ ، أ جـ = ٦ سم ،

أب = ١٠ سم ، ب جـ = ٨ سم

احسب محيط Δ د هـ و

البرهان

في Δ أ ب جـ ∵ ق(∠أ هـ ب) = ٩٠° ، هـ د متوسط

∴ هـ د = ½ أ ب   ∴ هـ د = ٥ سم

في Δ أ هـ جـ ∵ ق(∠أ هـ جـ) = ٩٠° ، هـ و متوسط

∴ هـ و = ½ أ جـ   ∴ هـ و = ٣ سم

∵ د منتصف أب ، و منتصف أ جـ

∴ د و = ½ ب جـ   ∴ د و = ٤ سم

∴ محيط Δ د هـ و = ٣ + ٤ + ٥ = ١٢ سم

٤ في الشكل المقابل

ق(∠أ د جـ) = ٩٠° ، د هـ متوسط ،

ق(∠جـ) = ٣٠° ، د هـ = ٦ سم

أوجد طول أب

البرهان

في Δ أ د جـ ∵ ق(∠أ د جـ) = ٩٠° ، د هـ متوسط

∴ د هـ = ½ أ جـ   ∴ أ جـ = ١٢ سم

في Δ أ ب جـ ق(∠ب) = ٩٠° ، ق(∠أ جـ ب) = ٣٠°

∴ أب = ½ أ جـ = ٦ سم

٥ في الشكل المقابل

ق(∠أ د جـ) = ٩٠° ، د هـ متوسط

ق(∠جـ) = ٣٠° ،

برهن أن أ ب = د هـ

البرهان

في Δ أ د جـ ∵ ق(∠أ د جـ) = ٩٠° ، د هـ متوسط

∴ د هـ = ½ أ جـ ....(١)

في Δ أ ب جـ ق(∠ب) = ٩٠° ، ق(∠أ جـ ب) = ٣٠°

∴ أب = ½ أ جـ ....(٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن أ ب = د هـ

٦ في الشكل المقابل

د ، هـ ، م منتصفا

لس ، ل ع ، س ع على الترتيب

ق(∠ص) = ٩٠° ،

برهن أن ص م = د هـ

البرهان

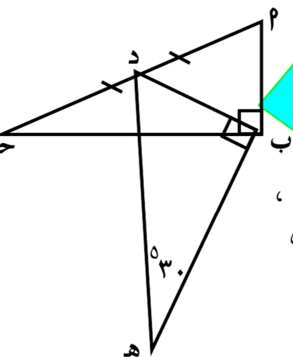
في Δ س ص ع ∵ ق(∠س ص ع) = ٩٠° ،

ص م متوسط ∴ ص م = ½ س ع ....(١)

في Δ ل س ع ∵ د منتصف لس ، هـ منتصف ل ع

∴ د هـ = ½ س ع ....(٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن ص م = د هـ



في الشكل المقابل

ق(∠أ ب جـ) = ق(∠د ب هـ) = ٩٠° ،

د منتصف أ جـ ، ق(∠هـ) = ٣٠°

اثبت أن أ جـ = د هـ

تمارين على نظرية (٣) وعكسها

[١] اكمل مما يأتي :

(١) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو ....

(٢) عدد متوسطات المثلث المتساوي الساقين هو ....

(٣) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوي................

(٤) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل فإن زاوية هذا الرأس تكون ....

(٥) في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي ....

(٦) طول الوتر في المثلث الثلاثيني ستيني يساوي ....طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

[٢] من الشكل المقابل:

اذا كان ٢ ب =٩ سم ، ق(∠ جـ) = ٣٠°

فان:

(١) ٢ جـ = ... سم (٢) ب د =............ سم

(٣) م د = ... ب د (٤) م د = ... سم

[٣] من الشكل المقابل:

اذا كان ٢ جـ = ١٠ سم ، ق(∠ جـ) = ٣٠°

فان:

(١) ب د = ... سم (٢) ٢ ب = ... سم

(٣) محيط △ ٢ ب د = ... سم (٤) ب جـ = ... سم

[٤] من الشكل المقابل:

اذا كان ٢ ب = ١٦ سم ، ٢ جـ = ١٨ سم ، ب جـ = ٢٠ سم ، ٢ د ⊥ ب جـ

فان:

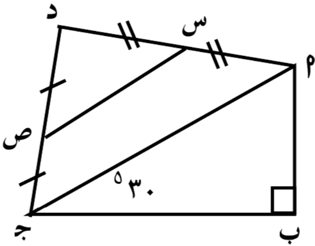
(١) د و = ... سم (٢) د هـ = ... سم

(٣) محيط △ د هـ و = ... سم (٤) وهـ = ... سم

[٥] من الشكل المقابل:

اثبت أن △ ٢ ب د مثلث متساوي الاضلاع

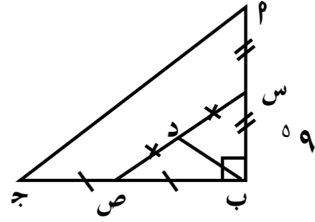
[٦] في الشكل المقابل:



س ، ص منتصفا $\overline{٢ د}$ ، $\overline{جـ د}$ ، ق(∠ب) = ٩٠° ، ق(∠ ٢ جـ ب) = ٣٠° ،

اثبت ان ٢ ب = س ص

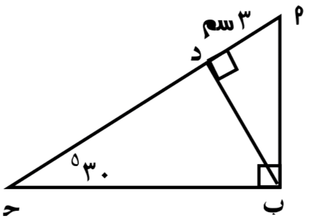
[٧] في الشكل المقابل:



س ، ص منتصفا $\overline{٢ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، د منتصف $\overline{س ص}$ ، ق(∠ ب) = ٩٠°

اثبت ان ب د = $\frac{١}{٤}$ ٢ جـ

[٨] في الشكل المقابل:

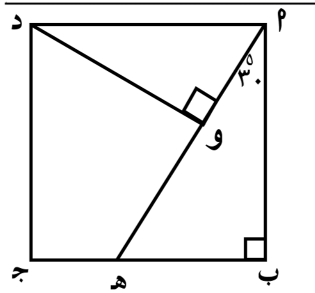


△ ٢ ب جـ فيه ق(∠ ب) = ٩٠° ، ق(∠ جـ) = ٣٠° ، $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{٢ جـ}$

فإذا كان ٢ د = ٣ سم

أحسب طول $\overline{٢ ب}$ ، $\overline{د جـ}$

[٩] في الشكل المقابل:

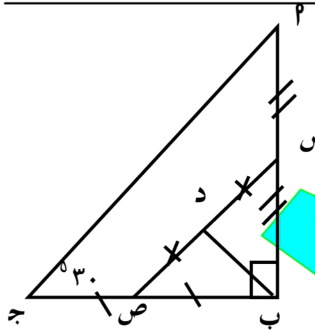


٢ ب جـ د مربع ، هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ بحيث ق(∠ ب ٢ هـ) = ٣٠° ، $\overline{دو}$ ⊥ $\overline{٢ هـ}$

فاذا كان ٢و = ٤ سم

احسب مساحة المربع ٢ ب جـ د

[١٠] في الشكل المقابل:



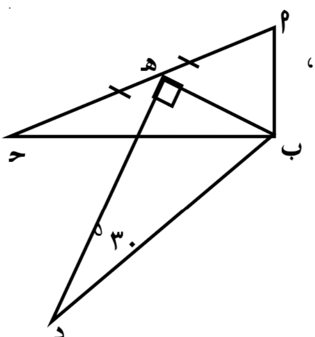
△ ٢ ب جـ فيه ق(∠ ب) = ٩٠° ، ق(∠ جـ) = ٣٠° ،

س ، ص ، د منتصفات $\overline{٢ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{س ص}$ على الترتيب

فإذا كان ٢ جـ = ٨ سم

أحسب طول $\overline{٢ ب}$ ، $\overline{س ص}$ ، $\overline{ب د}$

[١١] في الشكل المقابل:



هـ منتصف $\overline{٢ جـ}$ ، ق(∠ د) = ٣٠° ، ق(∠ ب د هـ) = ٩٠° ، ٢ جـ = د ب

اثبت ان ق(∠ ٢ ب جـ) = ٩٠°

عزيزي المعلم عزيزتي المعلمة

للأمانة العلمية والاخلاقية والدينية

يجزر تماما أي تعديل او تغيير بيانات المذكرة

اما اذا اردت الحصول على هذه المذكرة بجميع بياناتك الشخصية الخاصة بك من بدج خاص باسمك ورقم تليفونك واي بيانات انت تطلبها فعليك تحمل تكلفة المذكرة كتابة وطباعة وتعديل وهى

٢٥٠ ج

ومراسلتي على

٠١٢٢١٣٥٣١٣٩